

 <p>СОЧИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</p>	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования СОЧИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ в г. Анапе Краснодарского края

Кафедра управления, экономики и социально-гуманитарных дисциплин  
/наименование кафедры-разработчика/

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

По подготовке к практическим занятиям и организации самостоятельной работы  
студентов по дисциплине

#### **Б1.В.02 Экономико-математическое моделирование**

/наименование дисциплины/

**38.03.01 Экономика**

**профиль: "Финансы и кредит"**

/код и наименование образовательной программы/

Уровень подготовки – бакалавриат

Форма обучения – очная/заочная

Анапа, 2020

## Содержание

Введение.....	3
Планы групповых занятий и образовательные технологии.....	4
Методические рекомендации по подготовке к семинару.....	10
Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Экономико-математическое моделирование».....	12
Требования к выполнению контрольных работ.....	22
Тестирование. Примерные тесты.....	23
Примерные вопросы для подготовки к экзамену.....	30
Методические рекомендации при подготовке к экзамену .....	31
Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	33

## Введение

Целью учебной дисциплины «Экономико-математического моделирования» является дать целостное представление о совокупности методов экономико-математического моделирования, позволяющих придать конкретное количественное выражение общим экономическим закономерностям, а также о системе экономико-математических моделей, используемых при принятии теоретических и прикладных экономических решений. Дисциплина должна дать базовую основу знаний студентам в части принципов и процедур применения методов экономико-математического моделирования для исследования функционирования и развития экономических систем различного уровня иерархии, помочь сформировать практические навыки в области построения и применения экономико-математических моделей. После изучения курса студенты должны представлять себе роль экономико-математического моделирования как инструмента познания и овладеть практическими приемами для прикладных исследований.

**Задачи** изучения дисциплины – овладение методами и приемами построения и анализа экономико-математических моделей, изучение математического аппарата этих методов и моделей, возможностей их применения для получения решений в определенных экономических ситуациях.

В результате обучения у студентов формируется способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2); способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3); способность на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-4).

Практические занятия учебной дисциплины «Экономико-математическое моделирование» предназначены для более детальной проработки сложных тем учебного курса. Они помогают понять теоретический материал, увидеть возможность его применения для решения конкретных практических проблем и ситуаций, возникающих в работе управленцев.

Для эффективной работы необходимо иметь специальную тетрадь для выполнения практических заданий и подготовки к семинарским занятиям. Эта тетрадь по мере выполнения заданий периодически проверяется преподавателем для последующей комплексной аттестации студента по дисциплине «Экономико-математическое моделирование».

Целью практических занятий является закрепление теоретических знаний, полученных студентами на лекциях и в ходе самостоятельной работы над конкретными темами. При подготовке к практическим занятиям необходимо:

- 1) внимательно ознакомиться с темой занятия;
- 2) прочесть конспект лекции по теме, изучить рекомендованную литературу;
- 3) решить заданные примеры или задачи;
- 4) подготовить доклад или сообщение(по заданию);
- 5) проверить свои знания, отвечая на вопросы для самопроверки.

При подготовке к занятию студенту рекомендуется изучить вопросы, которые выносятся на обсуждение на занятии и вопросы для самостоятельного изучения по данной теме, выполнить домашнее задание, оформить словарь понятий. По желанию подготовить доклад или доклад.

Эффективность усвоения студентами дисциплины «Экономико-математическое моделирование» обеспечивается системой текущего и итогового контроля. Текущий контроль осуществляется, главным образом, в ходе проведения, практических занятий по соответствующим темам и обеспечивает проверку работы каждого студента по усвоению

знаний, приобретению умений. Итоговый контроль, согласно учебному плану, осуществляется посредством экзамена по итогам обучения в течение семестра.

## Планы групповых занятий и образовательные технологии

**Раздел 1. Введение. Основы моделирования – один из основных методов научного познания действительности. Математические модели социально-экономических процессов и их оптимизация.**

Цель: углубление и закрепление знаний о понятии моделирование.

Образовательные технологии – с использованием активных и интерактивных форм проведения занятий (использование презентаций), технология проведения учебной дискуссии.

Тема 1.1. Математические модели социально-экономических процессов. Примеры: задача о консервной банке, модели поведения потребителя и планирования производства в фирме, пример использования оптимизации для идентификации параметров математической модели.

Тема 1.2. Использование математических моделей для описания поведения экономических агентов. Рациональное поведение. Использование оптимизации как способа описания рационального поведения. Принятие экономических решений. Эластичность функции: определение, геометрическая интерпретация эластичности. Основные свойства эластичности. Применение эластичности в экономике. Влияние факторов эластичности предложения и спроса на уровень коммерческого риска. Связь эластичности с выручкой продавцов. Налоговая политика и эластичности спроса и предложений. Избыточное налоговое бремя. Теория оптимизации и методы выбора экономических решений. Применение оптимизации в системах поддержки принятия решений. Функция полезности и ее основные свойства. Кривые безразличия. Теория оптимизации и методы выбора экономических решений. Применение оптимизации в системах поддержки принятия решений.

Тема 1.3. Основные представления о статической задаче оптимизации. Инструментальные переменные и параметры математической модели. Допустимое множество. Критерий выбора решения и целевая функция. Линии уровня целевой функции. Формулировка детерминированной статической задачи оптимизации.

Глобальный максимум и локальные максимумы. Достаточное условие существования глобального максимума (теорема Вейерштрасса). Причины отсутствия оптимального решения. Максимумы во внутренних и граничных точках допустимого множества.

### Задания для самостоятельной работы студентов

**Подготовить краткий ответ на вопросы:**

1. Эластичность функции: определение, геометрическая интерпретация эластичности. Основные свойства эластичности. Применение эластичности в экономике.
2. Глобальный максимум и локальные максимумы. Достаточное условие существования глобального максимума (теорема Вейерштрасса). Причины отсутствия оптимального решения. Максимумы во внутренних и граничных точках допустимого множества.
3. Задача о раскрое материала.

Форма контроля самостоятельной работы студентов: опрос.

Форма текущего контроля знаний и освоенных компетенций:

- устный опрос (индивидуальный);
- проверка выполнения письменных домашних заданий.

**Раздел 2 Линейное программирование.**

Цель: знакомство с основными понятиями линейного программирования, освоение методов решения задач линейного программирования.

Образовательные технологии – с использованием активных и интерактивных форм проведения занятий (использование презентаций), технология проведения учебной дискуссии.

Тема 2.1. Основные понятия и определения линейного программирования.

Выпуклое множество точек на плоскости. Угловые точки. Выпуклый многоугольник. Геометрическая интерпретация линейных неравенств и их систем. Выпуклый многоугольник в  $n$ -мерном пространстве. Геометрическая интерпретация совокупности неотрицательных решений системы линейных уравнений и системы линейных неравенств. Примеры задач линейного программирования экономического содержания и их математическая формулировка (задачи использования сырья, о диете, транспортная). Различные формы записи задач линейного программирования (каноническая, стандартная и общая), их эквивалентность. Основные понятия и определения: план (допустимое решение), опорный план (допустимое базисное решение), оптимальный план (решение задачи), угловые точки. Теоремы о свойствах множеств планов и опорных планов. Вырожденные и невырожденные опорные планы.

Графический метод решения задачи линейного программирования.

Тема 2.2. Симплексный метод решения задачи линейного программирования (метод последовательного улучшения плана)

Основы метода. Симплексные таблицы. Экономическая интерпретация элементов симплексной таблицы. Выбор первоначального опорного плана. Введение искусственных переменных. Улучшение опорного решения. Критерий оптимального опорного решения. Конечность и сходимости симплексного метода. Вырожденность. Зацикливание и его предотвращение. Геометрическая интерпретация симплексного метода.

Тема 2.3. Двойственность в линейном программировании

Двойственная задача для канонической, стандартной и общей форм записи исходной задачи. Простейшие свойства двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Теоремы двойственности и их экономическая интерпретация. Двойственный симплекс-метод (метод последовательного улучшения оценок): его основы; методы построения исходного опорного плана двойственной задачи; признак оптимальности псевдоплана прямой и опорного плана двойственной задач. Экономическая интерпретация двойственности.

Тема 2.4. Транспортная задача.

Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи. Необходимое и достаточное условия ее разрешимости. Основные способы построения первоначального опорного плана – методы северо-западного угла (диагональный метод), наименьшей стоимости (минимального элемента), двойного предпочтения, аппроксимации Фогеля. Потенциалы и их экономический смысл. Метод потенциалов для решения транспортной задачи. Транспортные задачи с нарушенным балансом производства и потребления.

Тема 2.5. Целочисленное линейное программирование

Постановка задачи. Примеры задач целочисленного программирования экономического содержания. Методы решения задач целочисленного программирования – первый и второй методы Гомори (методы отсечения), ветвей и границ. Постановка задачи о коммивояжере и ее решение методом ветвей и границ. Задача об оптимальном назначении.

Тема 2.6. Линейное программирование в среде MS Excel. Линейное программирование в среде MS Excel. Анализ чувствительности оптимального решения к параметрам задачи линейного программирования.

### **Задания для самостоятельной работы студентов**

**Подготовить краткий ответ на вопросы:**

1. Основные понятия и определения: план (допустимое решение), опорный план (допустимое базисное решение), оптимальный план (решение задачи), угловые точки. Теоремы о свойствах множеств планов и опорных планов. Вырожденные и невырожденные опорные планы.
2. Симплексный метод решения задачи линейного программирования.
3. Двойственная задача для канонической, стандартной и общей форм записи исходной задачи. Простейшие свойства двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственных переменных
4. Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.
5. Постановка задачи о коммивояжере и ее решение методом ветвей и границ. Задача об оптимальном назначении.
6. Линейное программирование в среде MS Excel. В чём состоит процесс управления системой и его элементы.
7. Решение транспортной задачи методом потенциалов. Решение задачи о назначении венгерским алгоритмом.

Форма контроля самостоятельной работы студентов: опрос

Форма текущего контроля знаний и освоенных компетенций:

- устный опрос (индивидуальный);
- проверка выполнения письменных домашних заданий.

### **Раздел 3. Нелинейное программирование.**

Цель: знакомство с основными понятиями нелинейного программирования, освоение методов решения задач нелинейного программирования.

Образовательные технологии – с использованием активных и интерактивных форм проведения занятий (использование презентаций), технология проведения учебной дискуссии.

Тема 3.1. Общая задача нелинейного программирования.

Общая задача нелинейного программирования. Задача НЛП и классическая задача условной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Выпуклые и вогнутые функции. Основная задача выпуклого программирования. Условие регулярности. Функция Лагранжа для задачи НЛП. Седловые точки. Теорема Куна-Таккера.

Тема 3.2. Выпуклые задачи оптимизации. Выпуклые задачи оптимизации. Основные понятия геометрии многомерного линейного пространства. Выпуклые множества. Примеры выпуклых множеств. Выпуклые и вогнутые функции. Строгая выпуклость. Условия выпуклости и вогнутости функций. Свойства выпуклых функций. Теоремы о локальном максимуме в выпуклом случае. Формулировка выпуклой задачи НЛП. Задача квадратичного программирования. Градиентные методы в задаче безусловной оптимизации. Градиентные методы: метод Франка-Вульфа, метод штрафных функций.

### **Задания для самостоятельной работы студентов**

**Подготовить краткий ответ на вопросы:**

1. Общая задача нелинейного программирования. Задача НЛП и классическая задача условной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Выпуклые и вогнутые функции. Основная задача выпуклого программирования.

2. Функция Лагранжа для задачи НЛП. Седловые точки. Теорема Куна-Таккера.

3. Теоремы о локальном максимуме в выпуклом случае. Формулировка выпуклой задачи НЛП. Задача квадратичного программирования. Градиентные методы в задаче безусловной оптимизации.

Форма контроля самостоятельной работы студентов: опрос

Форма текущего контроля знаний и освоенных компетенций:

– устный опрос (индивидуальный);

– проверка выполнения письменных домашних заданий.

#### **Раздел 4. Оптимизация динамических систем.**

Цель: знакомство с основными понятиями динамического программирования, освоение методов решения задач динамического программирования.

Образовательные технологии – с использованием активных и интерактивных форм проведения занятий (использование презентаций), технология проведения учебной дискуссии.

Тема 4.1. Динамические модели и их оптимизация. Многошаговые и непрерывные модели. Управление и переменная состояния в динамических моделях. Задание критерия в динамических задачах оптимизации. Принципы построения динамического управления: построение программной траектории и использование обратной связи. Задача построения программной траектории как задача математического программирования (в конечномерном или бесконечномерном пространстве).

Тема 4.2. Метод динамического программирования и конечномерные оптимизационные задачи. Его идея и области применения. Понятие об оптимальном управлении. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана.

Примеры решения задач методом динамического программирования – задачи распределения ресурсов, замены оборудования, о загрузке самолета.

#### **Задания для самостоятельной работы студентов**

**Подготовить краткий ответ на вопросы:**

1. Динамические модели и их оптимизация. Многошаговые и непрерывные модели. Управление и переменная состояния в динамических моделях.
2. Понятие об оптимальном управлении. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана.
3. Решение задач методом динамического программирования – задачи распределения ресурсов, замены оборудования, о загрузке самолета.

Форма контроля самостоятельной работы студентов: опрос

Форма текущего контроля знаний и освоенных компетенций:

– устный опрос (индивидуальный);

– проверка выполнения письменных домашних заданий.

#### **Раздел 5. Оптимизация в условиях неопределенности.**

Цель: знакомство с элементами теории матричных игр, сетевыми моделями, основными понятиями систем массового обслуживания, использование данных методов при решении задач.

Образовательные технологии – с использованием активных и интерактивных форм проведения занятий (использование презентаций), технология проведения учебной дискуссии.

Тема 5 .1. Элементы теории матричных игр.

Основные понятия и определения теории игр. Антагонистические игры. Матричные игры. Матричные игры с седловой точкой. Максиминные и минимаксные стратегии. Смешанные стратегии. Основная теорема теории матричных игр. Игры  $2 \times 2$ , решение в чистых и смешанных стратегиях. Игры  $2 \times n$  и  $m \times 2$ , графический метод их решения. Доминирование стратегий. Сведение матричной игры паре двойственных задач линейного программирования.

Тема 5.2. Игры с природой.

Задача выбора решений в условиях неопределенности. Критерии выбора решений в условиях неопределенности (принцип гарантированного результата, критерий Гурвица, критерий Байеса-Лапласа, критерий Сэвиджа). Применение принципа гарантированного результата в задачах экономического планирования. Множество допустимых гарантирующих программ. Наилучшая гарантирующая программа. Принятие решение при случайных параметрах. Вероятностная информация о параметрах. Принятие решений на основе математического ожидания. Случайность и риск. Учет склонности к риску.

Тема 5.3. Кооперативные игры.

Характеристическая функция и ее основные свойства. Дележи и кооперативные игры. Существенные и несущественные игры. Стратегическая эквивалентность кооперативных игр. Доминирование дележей. Принципы оптимальности в кооперативных играх – С-ядро, Н-М-решение, вектор Шепли.

Тема 5.4 Сетевые модели. Теория графов - математический аппарат сетевого моделирования. Основные понятия сетевой модели. Расчет временных параметров сетевого графика. Построение сетевого графика распределение ресурсов. Учет стоимостных факторов при реализации сетевого графика. Минимизация сети.

Тема 5.5. Элементы системы массового обслуживания (СМО). Формулировка задачи и характеристика СМО. СМО с отказами. СМО с неограниченным ожиданием. СМО с ожиданием и с ограниченной длиной очереди. Определение эффективности использования трудовых и производственных ресурсов в системах массового обслуживания.

### **Задания для самостоятельной работы студентов**

#### **Подготовить краткий ответ на вопросы:**

1. Основные понятия и определения теории игр. Антагонистические игры. Матричные игры. Матричные игры с седловой точкой. Максиминные и минимаксные стратегии. Смешанные стратегии. Основная теорема теории матричных игр.
2. Игры  $2 \times 2$ , решение в чистых и смешанных стратегиях. Игры  $2 \times n$  и  $m \times 2$ , графический метод их решения. Доминирование стратегий.
3. Игры с природой. критерий Гурвица, критерий Байеса-Лапласа, критерий Сэвиджа). Применение принципа гарантированного результата в задачах экономического планирования.
4. Сетевые модели. Теория графов - математический аппарат сетевого моделирования.
5. Расчет временных параметров сетевого графика. Минимизация сети.
6. Элементы системы массового обслуживания (СМО)..

Форма контроля самостоятельной работы студентов: опрос

Форма текущего контроля знаний и освоенных компетенций:

- устный опрос (индивидуальный);
- проверка выполнения письменных домашних заданий.

## Методические рекомендации по подготовке к семинару

Подготовка к практическому занятию начинается с изучения плана и рекомендованной литературы. Хороший конспект лекций без сомнения будет важным подспорьем при подготовке к практическому занятию. В соответствии с планом семинара бакалавры готовят специальные выступления по главным вопросам – эссе или доклады. Эссе (доклад) представляет собой устное, либо письменное сообщение по определенной теме, основанное на анализе литературы. Кроме предложенной тематики эссе (докладов), они могут быть написаны в форме «библиографического обзора» или «библиографического анализа» по определенной теме.

После обсуждения на семинаре доклады должным образом оформляются, рецензируются преподавателем и рассматриваются в качестве начального этапа научно-исследовательской работы.

Работа на семинаре заключается в активном обсуждении учебных проблем, участии в дискуссии, они должны учиться задавать вопросы и отвечать на них, анализировать выступления товарищей. Важной задачей является приобретения навыков работы на различных формах семинарских занятий: «круглого стола», «деловой (ролевой) игры», «экспертной оценки» и т.д.

В ходе семинарских занятий осуществляется текущий контроль качества знаний.

Чтобы раскрыть содержание темы доклада необходимо изучить литературу, выделить и сформулировать проблему, которая будет освещаться в докладе, разработать план изложения темы, сформулировать основные выводы. Доклады по проблемным вопросам, изучаемым в ходе семинаров, представляются устно. Желательно доклады рассказывать, а не читать. Приветствуется фиксация основных выводов по докладу на доске. Доклады оцениваются преподавателем, при этом учитывается содержание доклада, форма представления и интерес к докладу со стороны аудитории.

Задание 1. Электронное конспектирование с комментариями (анализ текста)

**Рекомендации к выполнению:** электронное конспектирование. Особенности электронного конспектирования и требования к конспекту

Важнейшей разновидностью аналитико-синтетической переработки документов является конспектирование письменных источников информации, в том числе в их электронном варианте. В современном потоке научно-технической информации доля этих источников неуклонно возрастает, и обработка их имеет свои специфические особенности по сравнению с традиционными способами конспектирования. Компьютерное конспектирование научно-технических текстов является частью более широкой и чрезвычайно важной проблемы – проблемы моделирования процессов, понимания, алгоритмизации обработки сообщений (текстов) с применением маркеров для цветовой разметки текста, ключевых слов и др.

На этапе создания массива первичных документов необходимо четко сформулировать тему (название) подготавливаемого первичного документа (в нашем случае – обзора) и определить цель документа: на какие вопросы он должен ответить (какие вопросы должны быть освещены, чтобы достичь поставленной цели). Формулируя ответы на эти вопросы, мы получим предварительное оглавление (содержание, структуру) документа.

Рекомендации по составлению конспекта

1. Определите цель составления конспекта.
2. Читая изучаемый материал в электронном виде в первый раз, разделите его на основные смысловые части, выделите главные мысли, сформулируйте выводы.
3. Если составляете план-конспект, сформулируйте названия пунктов и определите информацию, которую следует включить в план-конспект для раскрытия пунктов плана.
4. Наиболее существенные положения изучаемого материала (тезисы) последовательно и кратко излагайте своими словами или приводите в виде цитат.
5. Включайте в конспект не только основные положения, но и обосновывающие их выводы, конкретные факты и примеры (без подробного описания).
6. Составляя конспект, записывайте отдельные слова сокращённо, выписывайте только ключевые слова, делайте ссылки на страницы конспектируемой работы, применяйте условные обозначения.
7. Чтобы форма конспекта отражала его содержание, располагайте абзацы «ступеньками», подобно пунктам и подпунктам плана, применяйте разнообразные способы подчеркивания, используйте карандаши и ручки разного цвета.
8. Отмечайте непонятные места, новые слова, имена, даты.
9. Наведите справки о лицах, событиях, упомянутых в тексте. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля.
10. При конспектировании надо стараться выразить авторскую мысль своими словами. Стремитесь к тому, чтобы один абзац авторского текста был передан при конспектировании одним, максимум двумя предложениями.

Форма отчета: Конспект в электронном формате. Письменная работа.

Задания для самостоятельной работы должны выполняться в рабочих тетрадях в письменном виде и сдаваться преподавателю по первому требованию. Основными формами поощрения за добросовестную самостоятельную (внеаудиторную) работу студента является учет его внеаудиторной работы, а также освобождение на зачете от ответа на вопросы, по которым его самостоятельная работа была ранее оценена преподавателем на "отлично".

Внеаудиторная самостоятельная работа студента оказывает важное влияние на формирование личности будущего специалиста, она планируется студентом самостоятельно. Каждый студент самостоятельно определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет внеаудиторную работу по личному индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, времени и других условий

### Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Экономико-математическое моделирование»

Одной из главных форм самостоятельной работы студентов по дисциплине «Экономико-математическое моделирование» является выполнение контрольной работы. В данной методической разработке предложены варианты контрольной работы в соответствии с двумя последними цифрами номера зачетной книжки студента или номера студенческого билета. По каждому заданию даны краткие теоретические сведения и алгоритм решения.

Работа должна иметь: титульный лист, задания с решениями, список литературы. Титульный лист должен содержать названия учебного заведения, кафедры, на которой выполнена работа; название темы; номер варианта, группу, факультет, направление и ФИО студента; ФИО преподавателя. В заданиях обязательно указывается условие задачи с параметрами индивидуальными для каждого варианта.

Таблица для определения варианта.

№		Последняя цифра зачетной книжки									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Предпоследняя цифра	1	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	2	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	3	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	5	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	6	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4
	7	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	8	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	9	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4
	0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

#### 1.Графоаналитический метод решения задач линейного программирования.

Постановка задачи: Необходимо найти решение задачи, состоящей в определении максимального значения функции  $F = c_1x_1 + c_2x_2$ , где переменные  $x_j \geq 0$  ( $j = 1; 2$ ) – планируемое количество единиц  $j$  – й продукции, а  $c_j$  - прибыль на единицу  $j$  – й продукции при условиях  $a_{i1}x_{i1} + a_{i2}x_{i2} \leq b_i$  ( $i = 1, \dots, k$ ),  $x \geq 0$  ( $j = 1, 2$ ).

#### АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ:

1. Заменить ограничения – неравенства на ограничения – равенства (привести задачу к каноническому виду).
2. Построить прямые, соответствующие полученным уравнениям.
3. Определить полуплоскости, соответствующие заданным неравенствам в системе ограничений.
4. Найти область допустимых решений задачи.
5. Построить градиент функции цели:  $\text{grad } F = (F'_{x_1}; F'_{x_2})$ .

6. Построить прямую нулевого уровня  $c_1x_1 + c_2x_2 = 0$ , (эта прямая перпендикулярна градиенту).
7. Переместить эту прямую в направлении градиента, в результате чего будет найдена точка (точки) в которой целевая функция принимает максимальное значение, или же установлена неограниченность функции на множестве планов.
8. Определить координаты точки максимума функции и вычислить значение целевой функции в этой точке.

*Замечание:* Нахождение минимального значения линейной функции при данной системе ограничений отличается от нахождения её максимального значения при тех же ограничениях лишь тем, что линия нулевого уровня передвигается не в направлении градиента, а в противоположном ему направлении, т.е. в направлении антиградиента.

**Задание 1.** На изготовление двух видов продукции  $P_1$  и  $P_2$  требуется три вида сырья  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ . Запасы каждого вида сырья ограничены и составляют соответственно  $v_1$  и  $v_2$ . При заданной технологии количество сырья, необходимое для изготовления единицы каждого из видов продукции, известно и задано таблицей 1.1

Таблица 1.1

Сырье	Продукция		Запасы
	$P_1$	$P_2$	
$S_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$v_1$
$S_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$v_2$
$S_3$	$a_{31}$	$a_{32}$	$v_3$
Прибыль	$c_1$	$c_2$	

Здесь  $a_{ij}$  ( $i = 1,2,3; j = 1,2$ ) означает количество единиц сырья вида  $S_i$  необходимое для изготовления единицы продукции вида  $P_j$ . В последней строке таблицы указаны значения прибыли, выраженные в условных денежных единицах и получаемой от реализации единицы каждого вида продукции.

Составить такой план выпуска продукции видов  $P_1$  и  $P_2$ , при котором прибыль от реализации всей продукции была бы максимальной.

Значения параметров  $a_{ij}$ ,  $v_i$  и  $c_j$  заданы в таблице 1.2.

Таблица 1.2.

№ варианта	$a_{11}$	$a_{12}$	$v_1$	$a_{21}$	$a_{22}$	$v_2$	$a_{31}$	$a_{32}$	$v_3$	$c_1$	$c_2$
1	1	6	8	1	4	20	1	0	5	1	2
2	1	9	35	2	1	16	1	0	6	2	3
3	1	7	28	1	1	10	1	0	4	3	5
4	1	7	24	1	1	10	1	0	4	3	5
5	1	9	30	2	3	36	1	0	9	2	4
6	1	6	36	3	2	38	1	0	10	1	1
7	1	9	36	6	3	44	1	0	7	2	3
8	1	7	15	1	3	21	1	0	5	2	5

9	2	7	48	1	2	14	1	0	6	1	7
10	1	9	35	2	3	27	1	0	7	1	1
11	1	6	63	2	1	22	1	0	9	2	3
12	1	9	30	3	1	26	1	0	7	1	1
13	1	7	56	2	1	21	1	0	8	2	3
14	3	7	12	1	2	9	1	0	4	2	2
15	1	9	42	1	1	12	1	0	8	1	2
16	2	6	49	3	2	31	1	0	9	8	3
17	1	9	81	2	1	26	1	0	10	1	1
18	1	7	21	1	1	11	1	0	8	1	2
19	1	7	14	2	1	13	1	0	5	3	4
20	1	9	24	3	1	24	1	0	7	2	5
21	1	6	28	1	1	10	1	0	4	3	5
22	1	9	24	1	2	12	1	0	8	1	1
23	1	7	30	2	3	36	1	0	9	2	4
24	2	7	48	1	2	14	1	0	6	1	7
25	1	9	35	2	3	27	1	0	7	1	1
26	1	6	63	2	1	22	1	0	9	2	3
27	1	9	8	1	4	20	1	0	5	1	2
28	1	7	35	2	1	16	1	0	6	2	3
29	2	7	49	3	2	31	1	0	9	2	3
30	1	9	81	2	1	26	1	0	10	1	1

## 2. Симплекс – метод решения задач линейного программирования.

Симплексный метод решения задач линейного программирования основан на переходе от одного опорного плана к другому, при котором значение целевой функции возрастает (при условии, что данная задача имеет оптимальный план и каждый ее опорный план является невырожденным). Указанный переход возможен, если известен какой-нибудь исходный опорный план.

Постановка задачи: Необходимо найти решение задачи, состоящее в определении максимального значения функции  $F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ , где переменные  $x_j \geq 0$ , ( $j=1;2$ ) – планируемое количество единиц  $j$ -й продукции, а  $c_j$  – прибыль на единицу  $j$ -й продукции при условиях  $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i$  ( $I = 1, \dots, m$ ),  $x \geq 0$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ).

### АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

1. Записать математическую модель задачи.
2. Привести задачу к каноническому виду, для этого перейти от ограничений неравенств к ограничениям равенствам, для чего вводятся дополнительные переменные, которые по экономическому смыслу означают не используемое при данном плане производства количество сырья того или иного вида.
3. Заполнить симплекс-таблицу.
4. Выяснить, имеется ли хотя бы одно отрицательное число  $\Delta_j$ . Если нет, то найденный опорный план оптимален. Если же среди чисел  $\Delta_j$  есть отрицательные, то либо устанавливают неразрешимость задачи, либо переходят к новому опорному плану.

5. Находят направляющие столбец и строку. Направляющий столбец определяется наибольшим по абсолютной величине отрицательным числом  $\Delta_j$ , а направляющая строка – минимальным из отношений компонент столбца вектора  $P_0$  к положительным компонентам направляющего столбца.
6. Определяют положительные компоненты нового опорного плана, коэффициенты разложения векторов  $P_j$  по векторам нового базиса и числа  $F_0, \Delta_j$ . Все числа записываются в новой таблице.
7. Проверяют найденный опорный план на оптимальность. Если план не оптимален и необходимо перейти к новому опорному плану, то возвращаются к пункту 5, а в случае получения оптимального плана или установления неразрешимости процесс решения задачи заканчивается.

**Задание 2.** Для изготовления различных видов изделий А, В и С предприятие использует три различных вида сырья. Нормы расхода сырья на производство одного изделия каждого вида, цена одного изделия А, В и С, а также общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано предприятием, приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1.

Сырье	Продукция			Общее количество сырья
	А	В	С	
$S_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	360
$S_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{32}$	192
$S_3$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	180
Цена одного изделия (руб)	9	10	16	

Изделия А, В и С могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен), но производство ограничено выделенным предприятию сырьём каждого вида.

Составить план производства изделий, при котором общая стоимость всей продукции является максимальной.

Значения параметров задачи приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2.

№ варианта	Значения параметров								
	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$
1	15	18	10	6	8	4	5	3	3
2	18	12	15	6	8	4	5	3	3
3	15	12	18	4	6	8	3	5	3
4	15	18	12	4	8	6	3	3	5
5	12	18	15	8	6	4	2	5	3
6	12	15	18	8	4	6	2	3	5
7	16	14	10	10	8	6	5	3	2
8	16	10	14	10	6	8	5	2	3
9	14	10	16	8	10	6	3	5	2
10	14	16	10	8	6	10	3	2	5

11	10	14	16	6	10	8	5	3	3
12	10	16	14	6	8	10	5	3	3
13	15	12	18	10	6	8	3	5	3
14	15	18	12	10	8	6	3	3	5
15	12	15	18	6	8	12	2	5	3
16	12	18	15	6	12	8	2	3	5
17	18	12	15	8	6	12	5	3	2
18	18	12	15	8	12	6	5	2	3
19	18	15	12	6	4	8	3	5	2
20	15	12	15	6	8	4	3	2	5
21	15	12	18	4	6	8	5	3	3
22	12	18	12	4	8	6	5	3	3
23	12	18	15	8	6	4	3	5	3
24	16	15	18	8	4	6	3	3	5
25	16	14	10	10	8	6	2	5	3
26	14	10	14	10	6	8	2	3	5
27	14	10	16	8	10	6	5	3	2
28	10	16	10	8	6	10	5	3	2
29	10	14	16	6	10	8	3	5	2
30	18	16	14	6	8	10	3	2	5

### 3. Транспортная задача.

Транспортная задача – одна из распространенных задач линейного программирования. Ее цель – разработка наиболее рациональных путей и способов транспортировки товаров, устранение чрезмерно дальних, встречных повторных перевозок. Все это сокращает время продвижения товаров, уменьшает затраты предприятий, фирм, связанные с осуществлением процессов снабжения сырьем, материалами, топливом, оборудованием и т.д.

Постановка задачи. В  $m$  производства  $A_1, A_2, \dots, A_m$  имеется однородный груз, в количестве соответственно  $a_1, a_2, \dots, a_m$ . Этот груз необходимо доставить в  $n$  пунктов назначения  $B_1, B_2, \dots, B_n$  в количестве соответственно  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Стоимость перевозки единицы груза (тариф) из пункта  $A_i$  в пункт  $B_j$  равна  $c_{ij}$ .

Требуется составить план перевозок, позволяющий вывезти все грузы и имеющий минимальную стоимость.

#### АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

1. Составить математическую модель задачи.
2. Найти исходное опорное решение.
3. Проверить это решение на оптимальность.
4. Перейти от одного опорного решения к другому.

*Замечание.* Найти первое опорное решение методом наименьшей стоимости, а проверку его на оптимальность осуществить методом потенциалов.

**Задание 3.** На оптовых складах  $A_1, A_2, A_3$  имеются запасы некоторого продукта в количествах 30, 60 и 10 т соответственно.

Найти такой вариант прикрепления магазинов к складам, при котором сумма затрат на перевозку была бы минимальной.

Стоимость перевозки единицы груза, его запасы и потребности в нем указаны в таблице 3.1., значения параметров указаны в таблице 3.2.

Таблица 3.1.

Оптовые склады	Магазины				Запасы
	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>	N <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>14</sub>	30
A <sub>2</sub>	C <sub>21</sub>	C <sub>22</sub>	C <sub>23</sub>	C <sub>24</sub>	60
A <sub>3</sub>	C <sub>31</sub>	C <sub>32</sub>	C <sub>33</sub>	C <sub>34</sub>	10
Потребности	40	20	10	30	

Таблица 3.2.

1	9	11	10	12	2	4	9	12	6
	8	4	3	5		8	7	3	5
	7	6	1	2		12	7	1	2
3	11	4	9	10	4	10	6	9	11
	8	4	3	5		8	7	3	5
	7	6	1	2		4	12	1	2
5	10	8	12	11	6	10	8	7	6
	9	6	3	5		11	4	3	5
	7	4	1	2		12	9	1	2
7	4	10	11	7	8	7	8	9	12
	8	6	3	5		4	11	3	5
	9	12	1	2		10	6	1	2
9	9	10	11	8	10	7	12	9	10
	4	7	3	5		8	11	3	5
	6	11	1	2		10	6	1	2
11	7	8	11	12	12	6	4	8	10
	4	9	3	5		5	11	3	5
	6	10	1	2		8	9	1	2
13	8	7	12	11	12	6	4	8	10
	10	4	3	5		5	11	3	5
	6	10	1	2		8	9	1	2
15	11	4	12	6	16	7	9	11	8
	10	9	3	5		10	6	3	5
	8	1	2	7		4	10	1	2
17	10	4	12	9	18	9	11	10	12
	6	8	3	5		5	3	7	4
	7	4	1	2		6	2	1	8

19	8	10	11	12	20	4	10	11	7
	6	9	3	5		5	3	6	8
	7	4	1	2		2	1	12	9
21	11	10	9	12	22	11	4	9	10
	6	8	3	5		5	3	12	6
	4	7	1	2		2	1	7	8
23	4	6	11	10	24	10	8	12	11
	9	8	3	5		5	3	6	9
	12	7	1	2		2	1	4	7

#### 4. Системы массового обслуживания.

Часто приходится сталкиваться с такими ситуациями, что рассматриваемые системы должны пребывать в состоянии ожидания. Ожидание является следствием вероятностного характера возникновения потребностей в обслуживании и разброса показателей обслуживающих систем, которые называют системами массового обслуживания (СМО).

В зависимости от характера формирования очереди СМО различают:

1. Системы с отказами, в которых при занятости всех каналов обслуживания заявка не встает в очередь и покидает систему не обслуженной.
2. Системы с неограниченными ожиданиями, в которых заявка встает в очередь, если в момент ее поступления все каналы были заняты.

Существуют и системы смешанного с ожиданием и длиной очередь: заявка получает отказ, если приходит в момент, когда все места в очереди заняты. Заявка, попавшая в очередь, обслуживается обязательно.

Рассмотрим задачу с использованием СМО с отказами.

Постановка задачи. Заявка, поступившая в систему с отказами и нашедшая все каналы занятыми, получает отказ и покидает систему не обслуженной. Показателем качества обслуживания выступает вероятность получения отказа. Предполагается, что все каналы доступны в равной степени всем заявкам, входящий поток является простейшим, длительность (время) обслуживания одной заявки ( $t_{\text{обс}}$ ) распределена по показательному закону.

#### ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА

1. Вероятность простоя каналов обслуживания, когда нет заявок ( $k=0$ ):

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{p^k}{k!}}$$

2. Вероятность отказа в обслуживании, когда поступившая на обслуживание заявка найдет все каналы занятыми ( $k=n$ ):

$$P_{\text{отк}} = P_n = \frac{P_0 p^n}{n!}$$

3. Вероятность обслуживания:

$$P_{\text{обс}} = 1 - P_{\text{отк}}$$

4. Среднее число занятых обслуживанием каналов:

$$\bar{n}_3 = n P_{\text{обс}}$$

5. Доля каналов, занятых обслуживанием:

$$k_3 = \frac{\bar{n}_3}{n}$$

6. Абсолютная пропускная способность СМО:

$$A = \lambda P_{\text{обс}}$$

**Задание 4.** Контроль готовой продукции фирмы осуществляют А контролеров. Если изделие поступает на контроль, когда все контролеры заняты проверкой готовых изделий, то оно остается не проверенным. Среднее число изделий, выпускаемых фирмой, составляют В изд/час. Среднее время на проверку одного изделия – С мин.

Определить;

- Вероятность того, что изделие пройдет проверку;
- Насколько загружены контролеры;
- Сколько контролеров необходимо поставить, чтобы  $P_{\text{обс}} \geq D$ .

Значения параметров приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1.

№ варианта	Значения параметров			
	A	B	C	D
1	3	20	7	0.97
2	4	22	6	0.98
3	5	25	7	0.96
4	6	30	6	0.97
5	3	18	5	0.98
6	5	28	8	0.96
7	4	24	7	0.97
8	2	14	4	0.98
9	3	16	6	0.96
10	5	26	5	0.98
11	5	28	6	0.96
12	4	30	4	0.97
13	3	18	3	0.98
14	4	14	5	0.97
15	5	25	6	0.96
16	6	22	7	0.97
17	4	16	4	0.98
18	3	26	3	0.96
19	2	20	5	0.97
20	5	24	6	0.98
21	3	30	7	0.96
24	2	18	8	0.97
23	4	28	5	0.98
24	5	24	6	0.96
25	6	14	3	0.98
26	3	16	4	0.96
27	4	18	7	0.97
28	2	20	8	0.98
29	5	24	3	0.97
30	6	26	5	0.96

## 5. Оптимальное распределение ресурсов.

Динамическое программирование – один из разделов оптимального программирования, в котором процесс принятия решения и управления может быть разбит на отдельные этапы.

Экономический процесс является управляемым, если можно влиять на ход его развития. Под управлением понимается совокупность решений, принимаемых на каждом этапе для влияния на ход развития процесса. Необходимо организовать выпуск продукции так, чтобы принятые решения на отдельных этапах способствовали получению максимально возможного объема продукции или прибыли.

Динамическое программирование позволяет свести одну сложную задачу со многими переменными ко многим задачам с малым числом переменных. Это значительно сокращает объем вычислений и ускоряет процесс принятия управленческого решения.

Рассмотрим задачу оптимального распределения ресурсов.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

Пусть имеется некоторое количество ресурсов  $x$ , которое необходимо распределить между  $n$  различными предприятиями, объектами, работами и т.д., так, чтобы получить максимальную суммарную эффективность от выбранного способа распределения.

Введем обозначения:

$x_i, i=1,2,\dots,n$  - количество ресурсов, выделенных  $i$  предприятию;

$g_i(x_i)$  - функция полезности, в данном случае это величина дохода от использования ресурса  $x_i$ , полученного  $i$  предприятием;

$f_k(x)$  – наибольший доход, который можно получить при использовании ресурсов  $x$  от первых  $k$  различных предприятий.

Сформулированную задачу можно записать в математической форме:

$$f_n(x) = \max \sum_{i=1}^n g_i(x_i)$$

При ограничениях:  $\sum_{i=1}^n x_i = x, x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ .

Для максимизации суммарного дохода от  $k$  – го и первых  $(k-1)$  способов необходимо выбрать  $x_k$  таким образом, чтобы выполнялись соотношения:

$$f_1(x) = g_1(x),$$

$$f_k(x) = \max \{g_k(x_k) + f_{k-1}(x - x_k)\}, k=2, \dots, n.$$

**Задание 5.** Совет директоров фирмы рассматривает предложение по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн. р. С дискретностью 50 млн. р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения предоставлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти предложение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

Значения параметров задачи находятся в таблицах 5.1. и 5.2.

Таблица 5.1.

Инвестиции, млн. р.	Прирост продукции млн. р.			
	Предприятие №1	Предприятие №2	Предприятие №3	Предприятие №4

50	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
100	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
150	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$
200	$a_{41}$	$a_{42}$	$a_{43}$	$a_{44}$
250	$a_{51}$	$a_{52}$	$a_{53}$	$a_{54}$

Таблица 5.2.

№ вар и ант а	Значение параметров																			
	$a_1$ 1	$a_1$ 2	$a_1$ 3	$a_1$ 4	$a_2$ 1	$a_2$ 2	$a_2$ 3	$a_2$ 4	$a_3$ 1	$a_3$ 2	$a_3$ 3	$a_3$ 4	$a_4$ 1	$a_4$ 2	$a_4$ 3	$a_4$ 4	$a_5$ 1	$a_5$ 2	$a_5$ 3	$a_5$ 4
1	5	7	6	4	9	1	0	8	1	2	2	1	3	3	3	3	3	3	4	4
2	8	1	7	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	2	3	3	4	3	4
3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	3	4	3
4	1	9	7	8	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	3	4	4
5	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
6	2	2	2	2	3	2	3	2	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6
7	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6
8	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	7	7	7
9	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	7	7	8
10	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	4	3	4	4	4	4	5	5	6	5
11	8	1	7	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	2	3	4	3	4	3
12	1	9	1	8	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
13	1	1	1	1	3	2	2	3	4	4	4	4	3	3	3	3	6	6	6	6
14	1	1	1	1	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	6	6	6
15	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	6	7	6
16	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	7	6	7	7
17	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
18	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	6	6	5
19	1	1	1	1	2	3	2	2	3	3	3	3	4	3	4	4	4	5	5	5

	5	7	6	4	6	0	3	8	1	1	2	4	3	8	5	8	9	2	4	6
20	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	3	4	4	4	4	4
	2	1	3	5	3	6	8	4	2	0	1	3	6	1	9	2	6	6	4	5
21	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	7	7	7
	3	4	5	2	2	1	3	5	4	3	2	1	3	2	4	5	8	2	1	3
22	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	7	7	8
	5	6	7	8	4	3	5	6	6	6	5	4	7	8	6	5	6	7	9	0
23	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
	5	7	6	4	9	0	1	1	1	0	1	3	6	4	2	5	8	9	0	1
24	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	3	3	4	4	5	4	4
	8	6	7	5	3	2	4	3	0	1	2	3	1	8	9	0	9	0	8	6
25	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6
	2	0	4	5	5	0	5	5	3	1	2	2	2	2	3	0	6	7	5	4
26	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	7	6	7	6
	1	3	5	1	4	1	3	4	4	3	2	1	3	8	3	5	2	8	1	9
27	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	3	4	3	4	4	5	5
	8	9	7	8	5	6	3	4	4	2	0	1	3	9	1	8	9	9	1	4
28	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5
	2	3	2	2	7	5	6	8	3	5	1	2	6	3	5	6	2	1	3	4
29	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	4	5	5	6	5	5	6
	2	4	7	2	2	3	4	7	6	6	5	2	4	9	1	0	2	9	6	0
30	2	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7
	3	6	7	8	9	5	4	0	9	8	0	1	1	3	4	5	8	0	2	1

### **Требования к выполнению контрольных работ**

Написание контрольных работ является одной из форм самостоятельной работы студентов и направлено на организацию и повышение уровня самостоятельной работы студентов, а также на усиление контроля за этой работой.

Целью написания контрольных работ является привитие студентам навыков самостоятельной работы над литературными и законодательными источниками, опубликованной судебной практикой с тем, чтобы на основе их анализа и обобщения студенты могли делать собственные выводы теоретического и практического характера, обосновывая их соответствующим образом.

В отличие от практических занятий, при проведении которых студент приобретает, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание контрольной работы даст ему навыки лучше делать то же самое, но уже в письменной форме, грамотным языком и в хорошем стиле.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе контрольные работы можно подразделить на две основные группы (типы):

Научно-проблемная контрольная. При написании такой работы студент должен изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной изучаемой теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием. В зависимости от изучаемой темы, состава и уровня подготовки студентов тема контрольной может быть одной для всех студентов или таких тем может быть несколько, и они распределяются между студентами учебной группы.

Обзорно-информационная работа. Разновидностями такой контрольной могут быть:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, другого издания (или их частей: разделов, глав и т.д.), как правило, только что опубликованных, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме (разделу) курса. По докладам, содержание которых может представлять познавательный интерес для

других студентов, целесообразно заслушивать в учебных группах сообщения их авторов;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных юридических журналах за тот или иной период, либо в сборниках.

Такая работа рассматривается и как первоначальный этап в работе по теме курсовой, дипломной работы.

Темы работ определяются как преподавателем, так и студентом самостоятельно в соответствии с темами Программы курса и согласовывается с преподавателем. При написании студентами научно-проблемных работ им, как правило, должна быть рекомендована преподавателем и литература, подлежащая изучению.

Методическая основа исследования. Основой для подготовки контрольной служат прежде всего учебные пособия, монографии, периодические издания (журналы, газеты, вестники) посвященные непосредственно различным институтам гражданского права. Для их подборки студент может обратиться с целью согласования как непосредственно к преподавателю, так и к списку рекомендуемой по курсу литературы. Кроме того, слушателям рекомендуется предпринять самостоятельные поиски (в том числе с использованием Интернет ресурсов) соответствующих источников для написания докладов.

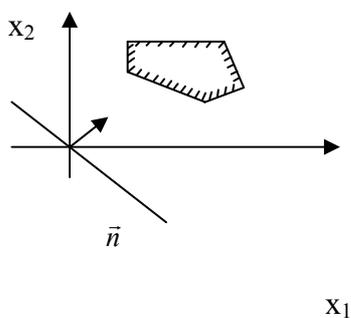
Оформление. Объем работы должен быть в пределах 15-20 страниц машинописного текста (шрифт TimesNewRoman, полуторный интервал). Титульный лист должен содержать следующие сведения: наименование учебного заведения, тема, фамилия и инициалы студента, номер учебной группы, год выполнения.

### Тестирование

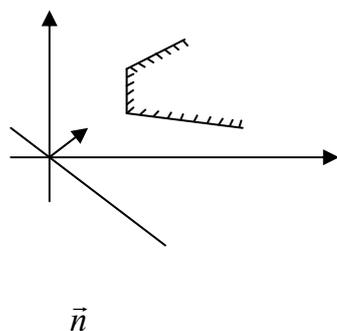
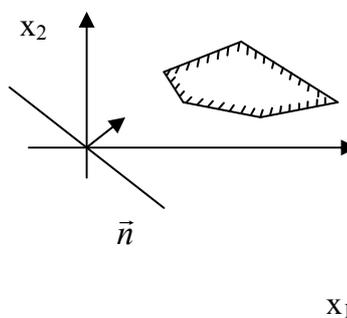
#### .Примеры тестовых заданий к разделу «Линейное программирование»

В каком случае задача линейного программирования (ЛП) в стандартной форме с двумя переменными имеет единственное решение:

а)



б)



в)  $x_2$

$x_1$

- 1) Какой из случаев в задании 1) соответствует множеству решений:
  - а) из задания 1)
  - б) из задания 1)
  - в) из задания 1)
  
- 2) В каком случае не существует решения:
  - а) из задания 1)
  - б) из задания 1)
  - в) из задания 1)
  
- 3) Случай не существования решения в задании 1) обусловлен:
  - а) неограниченностью целевой функции;
  - б) несовместности системы ограничений – неравенств;
  - в) верно и а) и б).
  
- 4) Базисное решение задачи ЛП будет допустимым, если в симплекс – таблице:
  - а) все свободные члены (кроме строки целевой функции) будут отрицательными;
  - б) все свободные члены (кроме строки целевой функции) будут положительными;
  - в) все свободные члены (кроме строки целевой функции) будут неотрицательными;
  
- 5) ОГРАНИЧЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ЛП НЕСОВМЕСТНЫ, ЕСЛИ В СИМПЛЕКС – ТАБЛИЦЕ:**
  - а) в любой строке (кроме строки целевой функции), имеющей отрицательный свободный член, нет ни одного отрицательного элемента;
  - б) в любой строке (кроме строки целевой функции), имеющей положительный свободный член, все элементы положительны;
  - в) в любой строке (кроме строки целевой функции), имеющей отрицательный свободный член, все элементы отрицательны.

**6) ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ ЗАДАЧИ ЛП БУДЕТ ИМЕТЬ МАКСИМАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ, ЕСЛИ В СИМПЛЕКС – ТАБЛИЦЕ:**

- а) в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, отрицательны;
- б) в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, положительны;
- в) в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, равны нулю.

**7) Полученное оптимальное решение задачи ЛП является альтернативным, если в симплекс-таблице:**

- а) в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, одного знака и среди них нет нулевых элементов;
- б) в строке целевой функции все элементы, включая свободный член, одного знака и среди них нет нулевых элементов;
- в) в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, одного знака и среди них есть хотя бы один нулевой элемент.

**8) Для двойственной задачи, какое из высказываний всегда истинно:**

- а) число неравенств в системе ограничений одной задачи совпадает с числом ограничений другой задачи;
- б) число неравенств в системе ограничений одной задачи совпадает с числом переменных другой задачи;
- в) число переменных одной задачи совпадает с числом переменных другой задачи.

**9) Какое из высказываний всегда справедливо для оптимальных решений двойственных задач:**

- а) оптимальные значения целевых функций совпадают;
- б) оптимальные значения целевых функций всегда равны нулю;
- а) оптимальные значения целевых функций всегда должны различаться.

**10) Имеется следующая задача ЛП:**

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 60, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 34, \\ x_2 \leq 8. \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Определить какое решение является оптимальным:

$$\text{а) } x = \left( \frac{1}{3}; 9; 20; 0; 0 \right), Z_{\max} = 27 \frac{2}{3};$$

$$\text{б) } x = \left( \frac{2}{3}; 8; 18; 0; 0 \right), Z_{\max} = 25 \frac{1}{3};$$

$$\text{в) } x = (0; 0; 0; 1; 1), Z_{\max} = 0.$$

11) Имеется задача ЛП:

$$z = 2x_1 + 3x_2 \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Определить графическим способом, какое решение является оптимальным:

$$\text{а) } x_{\max} = (3; 4); \quad Z_{\max} = 18$$

$$\text{б) } x_{\max} = (2; 4); \quad Z_{\max} = 16$$

$$\text{в) } x_{\max} = (2; 5); \quad Z_{\max} = 19$$

12) Имеется задача ЛП:

$$z = 2x_1 + 3x_2 \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Определить графическим способом, какое решение доставляет min функции z:

$$\text{а) } x_{\min} = \left( \frac{5}{9}; \frac{8}{9} \right);$$

$$\text{б) } x_{\min} = (1; 1);$$

$$\text{в) } x_{\min} = \left( \frac{4}{9}; \frac{8}{9} \right)$$

13) Имеется следующая задача ЛП:

$$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_2 \leq 5 \\ 3x_1 \leq 21 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Решением этой задачи является:

$$\text{а) } x_{\max} = (3; 2);$$

$$\text{б) } x_{\max} = (6; 4);$$

$$\text{в) } x_{\max} = (1; 38);$$

14) Имеется задача ЛП:

$$z = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Геометрическим методом установить, какое решение доставляет max:

- а)  $x = (c; 2c), \quad 1 \leq c \leq 3;$   
 б)  $x = (c; 8-c), \quad 3 \leq c \leq 6;$   
 в)  $x = (c; 2c), \quad 3 \leq c \leq 6.$

15) Имеется задача ЛП:

$$z = 1 + 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Установить геометрическим способом, что:

- а) min достигается в точке  $x = (1; 3)$   
 б) min достигается в точке  $x = (1; 1)$   
 в) решение не существует, т.к.  $F_{\min} = -\infty$

16) Имеется задача ЛП:

$$z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_2 + 0,5x_3 + 0,5x_5 = 1,5 \\ x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - 0,5x_3 + 0,5x_5 = 0,5 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 5$$

Используя симплекс-метод установить, какое решение является верным:

- а)  $x = (0,5; 1,5; 0; 2; 0)$   
 б)  $x = (1,5; 0,5; 0; 2; 0)$   
 в)  $x = (2; 0; 0; 0,5; 1,5)$

17) Имеется следующая задача ЛП:

$$z = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 - 3x_2 \geq 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Используя симплекс-метод установить, какой ответ верный:

- а)  $x = (12; 0; 3; 0; 0)$   
 б)  $x = (3; 0; 12; 3; 0)$   
 в)  $x = (0; 0; 1; 2; 1)$

18) Имеется задача ЛП:

$$z = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 - 3x_2 \geq 3 \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Используя симплекс-метод установить, какой ответ верный:

- а)  $x = (6; 0; 24; 0; 3)$   
 б)  $x = (24; 0; 0; 6; 3)$   
 в)  $x = (3; 6; 24; 0; 0)$

19) Имеется задача ЛП:

$$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ -3x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1 - x_2 \leq 7 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Двойственная задача будет иметь вид:

а)  $F = 3y_1 - 6y_2 + y_3 - y_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 + y_3 - 2y_4 \geq 3 \\ 2y_1 - y_2 - y_3 + 3y_4 \geq 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_i \geq 0 \\ i = 1, 4 \end{matrix}$$

б)  $F = 2y_1 + 3y_2$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \leq 3 \\ -3y_1 + y_2 \geq 5 \\ y_1 - y_2 \leq 7 \\ 2y_1 - 3y_2 \geq 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1 \geq 0 \\ y_2 \geq 0 \end{matrix}$$

в)  $F = 3y_1 - 5y_2 + 7y_3 - 2y_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} y_1 + 3y_2 + y_3 - 2y_4 \geq 2 \\ 2y_1 - y_2 - y_3 + 3y_4 \geq 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_i \geq 0 \\ i = 1, 4 \end{matrix}$$

20) Имеется задача ЛП:

$$F = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + x_2 \leq 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{matrix}$$

Двойственная задача имеет решение:

а)  $z_{\min} = \frac{11}{5}$

б)  $z_{\min} = \frac{3}{5}$

в)  $z_{\min} = \frac{1}{5}$

21) Имеется следующее распределение поставок:

1	3	3
20	10	
3	3	2
		30
4	1	2
	0	10

- а) оно является оптимальным  
 б) оно не является оптимальным

22) Имеется следующее распределение поставок:

1	3	3
20	0	10
3	3	2
		30
4	1	2
	10	10

- а) оно оптимально  
 б) оно не оптимально

23) Имеется следующее распределение поставок:

1	2	5	3
10	10	40	
1	6	5	2
10			110
6	3	7	4

	100		
--	-----	--	--

- а) оно оптимально  
б) оно не оптимально

24) Имеется следующее распределение поставок:

1	2	5	3
	20	40	
1	6	5	2
20			100
6	3	7	4
	90		10

- а) оно оптимально  
б) оно не оптимально

### Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Задачи оптимизации. Приложения в менеджменте.
2. Линейное программирование. Примеры ЗЛП: задача о ресурсах, о рационе и т.д.
3. Канонический вид ЗЛП.
4. Графический метод решения ЗЛП.
5. Анализ решений ЗЛП на чувствительность: анализ изменения запасов ресурсов.
6. Анализ решений ЗЛП на чувствительность: определение наиболее выгодных ресурсов.
7. Анализ решений ЗЛП на чувствительность: определение пределов изменения коэффициентов целевой функции.
8. Метод Гаусса. Базисное решение систем линейных уравнений. Опорное решение систем линейных уравнений.
9. Симплексный метод решения задач линейного программирования.
10. Двойственные задачи: виды и составление.
11. Постановка транспортной задачи.
12. Построение опорного плана транспортной задачи.
13. Отыскание оптимального плана транспортной задачи методом потенциалов.
14. Усложненные транспортные задачи.
15. Целочисленное программирование. Метод Гомори.
16. Целочисленное программирование. Графический метод.
17. Целочисленное программирование. Принцип метода ветвей и границ.
18. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм.
19. Задачи нелинейного программирования.
20. Динамическое программирование. Рекуррентные соотношения Беллмана.
21. Оптимальная стратегия замены оборудования.
22. Динамическое программирование. «Задача о рюкзаке».
23. Задача о минимизации затрат на строительство и эксплуатацию предприятий.
24. Элементы теории игр. Классификация игр. Стратегия игроков. Седловая точка.

25. Решение матричных игр в смешанных стратегиях. Теорема Дж. фон Неймана (без доказательств).
26. Геометрический метод решения матричных игр.
27. Аналитический метод решения матричных игр.
28. Игры с природой. Критерии Лапласа, Вальде.
29. Игры с природой. Критерии Сэвиджа, Гурвица.
30. Графы. Определения. Виды. Эйлеровы, гамильтоновы графы.
31. Сетевые графики. Работа. События. Путь.
32. Расчет основных показателей сетевой модели.
33. СМО. Основные понятия.
34. СМО с отказами.
35. СМО с неограниченным ожиданием.
36. СМО с ограниченной длиной очереди.

### Методические рекомендации при подготовке к экзамену

Экзамен – это формы проверки знаний и навыков студентов вуза, полученных на лекциях, семинарских и практических занятиях, а также при самостоятельной работе за весь учебный курс, предусмотренный учебным планом.

Цель экзамена – проверить теоретические знания и умение применять их в практических ситуациях, в будущей профессиональной деятельности. Обязательным условием допуска студента к экзамену является выполнение текущих заданий, в том числе результаты самостоятельной работы, выполнение контрольной работы, представление преподавателю результатов выполнения индивидуальных заданий (в случае работы по индивидуальному графику).

При сдаче экзамена учитываются:

- 1) овладение базовыми знаниями и умениями в области математического моделирования;
- 2) посещаемость студента в ходе семестра и его активность во время аудиторных занятий;
- 3) качество выполнения "срезовой" контрольной работы;
- 4) качество выполнения самостоятельной работы в рабочей тетради.

Положительная оценка на экзамене складывается из умения оперировать понятиями конкретного материала. Ответ должен быть развернутым и аргументированным.

В ответе особенно ценятся:

- 1) умение выделить главное;
- 2) показ связи, места данного вопроса в общей структуре дисциплины;
- 3) самостоятельность, способность обобщать материал не только из лекций, но и из других источников;
- 4) собственная точка зрения при изложении содержания вопроса;
- 5) умение приводить примеры из практики для иллюстрации излагаемых положений;
- 6) умение применять свои знания для ответа на дополнительно поставленные вопросы;
- 7) умение грамотно и последовательно изложить материал.

При подготовке к экзамену:

- 1) внимательно прочтите вопросы, предназначенные для проверки знаний на зачете или экзамене;
- 2) распределите темы подготовки по блокам и дням;
- 3) составьте план ответа на каждый вопрос;
- 4) не "зазубривайте" материал, достаточно выделить ключевые моменты и уловить смысл и логику материала.

При изучении основных и дополнительных источников информации в рамках ответа на вопрос особое внимание обращайтесь:

а) на выводы по теме, так как они содержат основные мысли и тезисы для ответа и позволяют правильно построить ответ на поставленный вопрос;

б) на схемы, рисунки, графики и другие иллюстрации, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса и лучше запоминаются;

с) на наличие в тексте словосочетаний вида "во-первых", "во-вторых", а также перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на поставленный вопрос, содержат основные тезисы ответа на вопрос.

Изучив несколько вопросов, в случае необходимости и возможности обсудите их с однокурсниками, проговорите основные положения ответа вслух. В случае затруднения при нахождении ответов на тот или иной вопрос или сомнения в правильности и полноте ответа воспользуйтесь индивидуальной консультацией и групповой консультацией перед экзаменом.

## Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Основная литература

1. Яроцкая, Е. В. Экономико-математические методы и моделирование : учебное пособие / Е. В. Яроцкая. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 196 с. — ISBN 978-5-4497-0270-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/90006.html>
2. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Вузовский учебник : Инфра-М, 2019. - 389 с. - ISBN 978-5-9558-0208-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021491>
3. Алексеев, Г. В. Численное экономико-математическое моделирование и оптимизация : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — 2-е изд. — Саратов : Вузовское образование, 2019. — 195 с. — ISBN 978-5-4487-0451-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/79692.html>
4. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум : учеб. пособие / В.Ф. Колпаков. — Москва : ИНФРА-М, 2018. — 396 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — [www.dx.doi.org/10.12737/24417](http://www.dx.doi.org/10.12737/24417). - ISBN 978-5-16-010967-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/975797>

### Дополнительная литература

1. Кундышева, Е. С. Экономико-математическое моделирование : учебник / Е. С. Кундышева ; под ред. Б. А. Сулакова. - 4-е изд. - Москва : Дашков и К°, 2012. — 424 с. - ISBN 978-5-394-01716-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/511969>
2. Федосеев, В.В. Математическое моделирование в экономике и социологии труда. Методы, модели, задачи: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 080104 «Экономика труда», 080116 «Математические методы в экономике» / В.В. Федосеев. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. - 167 с. - ISBN 978-5-238-01114-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028521>
3. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И. В. Орлова, М. Г. Бич. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2020. - 140 с. - ISBN 978-5-9558-0527-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1057221>
4. Пяткина, Д. А. Математическое моделирование в экономике и финансах : учебно-методическое пособие / Д. А. Пяткина, С. И. Матюшенко. — Москва : Российский университет дружбы народов, 2018. — 40 с. — ISBN 978-5-209-08322-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91023.html>
5. Хорина, И. В. Экономико-математические методы исследования и моделирования национальной экономики: практические решения : учебное пособие / И. В. Хорина, М. А. Бражников. — Самара : Самарский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2016. — 92 с. — ISBN 978-5-7964-1901-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91809.html>

### Интернет-ресурсы

- Стандарт «Педагогическое образование» - [www.edu.ru/db/mo/Data/d\\_09/prm788-1.pdf](http://www.edu.ru/db/mo/Data/d_09/prm788-1.pdf)  
 Документы и материалы деятельности федерального агентства по образованию - [www.ed.gov.ru/edusupp/informedu/3585](http://www.ed.gov.ru/edusupp/informedu/3585)  
 Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>  
 Формы обучения в современных условиях - <http://www.anovikov.ru/artikle/forms.htm>

Основы математического моделирования социально-экономических процессов в ИНТЕРНЕТ[http://www.benran.ru/E\\_n/MATHINT.HTM](http://www.benran.ru/E_n/MATHINT.HTM)

Основы математического моделирования социально-экономических процессов  
<http://e-science.ru/math/>

Введение в математику <http://www.intuit.ru/department/mathematics/intmath/>

Он-лайн энциклопедия «Кругосвет» <http://www.krugosvet.ru/enc/>

википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki/>

Глоссарий.ру <http://www.glossary.ru/>

Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>

Интернет-проект «Задачи» [http://www.problems.ru/about\\_system.php](http://www.problems.ru/about_system.php)

Сравнительный словарь <http://school-collection.edu.ru/>

Словарь <http://www.math.ru/>

**Google Directory — Math** ([directory.google.com/Top/Science/Math](http://directory.google.com/Top/Science/Math)). Каталог математических ресурсов, упорядоченных по типу и тематике. Содержит ссылки на более чем 12 000 веб-сайтов.

**Google Directory — Math Software** ([directory.google.com/Top/Science/Math/Software](http://directory.google.com/Top/Science/Math/Software)). Каталог математического программного обеспечения.

**MathArchives** ([archives.math.utk.edu](http://archives.math.utk.edu)). Архив и каталог математических ресурсов, тематических списков рассылки и образовательных материалов.

**Math Forum @ Drexel** ([mathforum.org](http://mathforum.org)). Один из ведущих центров математики и математического образования в Интернете

**Поиск научной информации**

[Scirus.com](http://scirus.com)

[ResearchIndex](http://researchindex.org)

[ScientificWorld](http://scientificworld.com)

[DOAJ](http://doaj.org)

[Google Scholar](http://scholar.google.com)

[Citeseer](http://citeseer.ri.cmu.edu)

[Scientopica](http://scientopica.com)

**Библиотека естественных наук РАН**

<http://www.benran.ru/>